

II етап
VIII Всеукраїнська олімпіада
з математики серед студентів ВНЗ I-II р.а.
ВКНЗ «Дубенський медичний коледж» РОР
2017 рік

1. Побудуйте графік функції $y = |x| = |x-1| - x^2 + 1$.

2. Розв'яжіть нерівність: $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x - \log_2 x^2 - 3} < \sqrt{7 - 2\log_{\frac{1}{4}} x}$.

3. Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{9 + 4\sin^2 2x} + 4\sin x = 0$.

4. У гострокутному трикутнику ABC $\angle BAC = 60^\circ$, $AB > AC$, O і H – центр описаного кола та ортоцентр відповідно трикутника. Пряма OH перетинає сторони AB і AC в точках P і Q . Доведіть, що $PO = HQ$.

5. Знайти всі натуральні трицифрові числа, кожне з яких має такі властивості: перша цифра числа в три рази менша від суми двох інших його цифр і різниця між самим числом, що утворюється з нього перестановкою двох останніх його цифр, невід'ємна і ділиться на 81.

6. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} xy(x-1)(y-1) = 72, \\ (x+1)(y+1) = 20. \end{cases}$$