

Завдання на олімпіаду з математики

1. Побудуйте графік функції: $y = x^2 - x|x|$.

2. Розв'яжіть рівняння:

3. Розв'яжіть нерівність: $\frac{\cos^2 2x}{\cos^2 x} \geq 3 \operatorname{tg} x$.

4. У рівнобічній трапеції $ABCD$ точка X – середина бічної сторони AB , $BX = 1$ і $\angle CXD = 90^\circ$. Знайдіть периметр трапеції $ABCD$.

5. Комбайни, працюючи разом, можуть зібрати врожай за одну добу. Але по плану комбайни вступали в роботу поступово: першої години працював лише один комбайн, другої – другий комбайн, третьої – третій і т. д., до тих пір, поки не почали працювати всі комбайни, які діяли до повного зібрання врожаю кілька годин. Час роботи, передбачений планом, можна було скоротити на 6 годин, якщо б з самого початку збору постійно працювали всі комбайни, за винятком п'яти. Визначте, скільки було комбайнів.

6. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{y-9} = 2 \\ \sqrt{y+7} + \sqrt{x-9} = 2. \end{cases}$$