

II етап
VIII Всеукраїнська олімпіада
з математики серед студентів ВНЗ I-II р.а.
ВСП «Рівненський коледж Національного університету біоресурсів та
природокористування України»

2017 рік

1. Побудова графіка функції

При яких значеннях параметра a система рівнянь
$$\begin{cases} |x| + y - 4 = 0; \\ (y - a)^2 + x^2 = 9 \end{cases}$$

має один розв'язок?

2. Рівняння або нерівність (показникова, логарифмічна, ірраціональна)

Розв'яжіть рівняння

$$3^{|x|} - |3^{x+2} - 9| = 3^{x+2}$$

3. Тригонометрія Розв'яжіть рівняння

$$\sqrt{\sin x} \cdot (4 - 5 \cos x - 2 \sin^2 x) = 0$$

4. Планіметрична задача

Точки M , N , P належать сторонам AB , BC , CA трикутника ABC відповідно.

Відомо, що $\frac{AM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{CP}{CA} = \frac{1}{3}$. Площа трикутника MNP дорівнює S .

Знайдіть площу трикутника ABC .

5. Задача евристичного характеру

На координатній площині накреслено коло радіуса 2017 з центром у точці $(0;0)$. У кожній з точок площини, що лежать всередині кола та обидві координати яких є цілими числами, сидить котик. У деякий момент часу кожен з котів перебігає на одиничну відстань праворуч, ліворуч, вгору або вниз, залишаючись всередині кола (різні коти можуть рухатись у різні боки). Чи обов'язково після перебігання два коти зустрінуться в одній точці?

6. Система рівнянь з двома змінними

$$\begin{cases} 3x^2 - 2y + 3\sqrt{3x^2 - 2y + 3} = 15; \\ 2x - y = 1. \end{cases}$$

