III– й курс
Заняття №
____

Тема Поняття множини. Види множин та їх елементів. Підмножина, способи задання множини.

Мета

Навчальна: ознайомитися з поняттям множини, дізнатися, які операції можна виконувати над множинами, навчитися виконувати ці операції, розглянути числові множини.

Розвиваюча: розвивати логічне мислення, уяву, пам'ять.

Виховна: виховувати математичну культуру, відповідальність.

Література: «Вища математика в прикладах і задачах» В.Ю.Клепко, В.Л.Голець, «Вища математика» В.П.Дубовик, І.І.Юрик.

Хід заняття.

I. Організаційна частина.

Привітання, визначення відсутніх, перевірка готовності до заняття. Розкриття загальної мети заняття.

II. Актуалізація опорних знань.

III. Вивчення нового матеріалу.

Множину розумітимемо як сукупність («зібрання», «групу», тощо) деяких об’єктів. Об’єкти, які утворюють множину, називають *елементами*, або *точками цієї множини*.

Множини позначаються великими латинськими літерами $A, B, C, \ldots, X, Y, Z$, а елементи множин — маленькими латинськими літерами $a, b, c, \ldots, x, y, z$.

Твердження про те, що елемент а належить множині A, записуються у вигляді $a \in A$. Коли навпаки — елемент а не належить множинні A, то використовується запис $a \notin A$. Якщо множина A, утворена з чотирьох елементів a, b, c, d, то записують $\mathrm{A} = \{\mathrm{a}, b, c, d\}$.

Порожньою множиною $\emptyset$ називають множину, яка не містить жодного елемента (тобто не існує жодного елемента, що мають певну властивість).

Множини A та B називаються *рівними*, якщо вони складені із одних і тих же елементів. В цьому випадку пишуть $A = B$. В шкільному курсі математики часто приходилось мати справу з множинами, елементи яких являються числами. Такі множини називаються *числовими*.

Якщо множина B складена із частини елементів множини A або співпадає з нею, то множина B називається *підмножиною множини A* і позначається $\mathrm{B} \subset \mathrm{A}$. Таким чином, множина N натуральних чисел являється підмножиною множини Z цілих чисел.

Число – первинне поняття математики, математична абстракція. *Цифри* – це математичні знаки для позначення чисел. Натуральні числа використовують для підрахунку предметів і для вказівки порядкового номера того чи іншого предмета серед однорідних предметів. Поняття натурального числа, як і поняття точки, прямої і площини у геометрії, належить до основних понять, які вводяться без означення.

Натуральні числа записуються за допомогою десяти цифр (символів) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. При цьому використовують спосіб запису, який дістав назву десяткової системи. В його основу покладено поняття розряду і класу чисел. Будь-яке натуральне число можна записати у вигляді суми розрядних одиниць.

Наприклад, 6 302 872 $= 6\,000\,000 + 300\,000 + 2000 + 800 + 70 + 2.$

У множині натуральних чисел завжди можна виконувати дії додавання та множення, в результаті яких теж дістанемо натуральне число. Для цих дій справджується переставний і сполучний закони, а також розподільний закон множення відносно додавання і віднімання:

а + в = в + а; ***а · в = в · а;***

(а + в) + с = а + (в + с); ***(а · в) · с = а · (в · с);***

(а + в) · с = а · с + в · с; ***(а – в) · с = а · с – в · с.***

Число 0 (нуль) не є натуральним. Але якщо до множини натуральних чисел приєднати нуль, то дістанемо розширену множину натуральних чисел.

Додатні і від'ємні числа були введені в математику у зв'язку з потребами практики – виражати числом значення величин, які можуть змінюватися у двох протилежних напрямках (зміна температури, рівня води у річці відносно умовного нуля, прибуток і борг і т.д.).

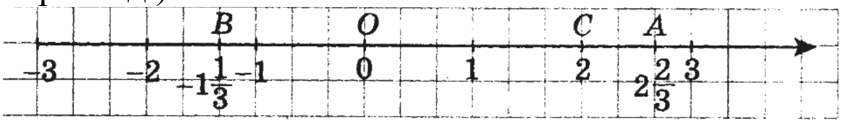

Рис. 1

На координатній прямій додатні числа зображуються праворуч від точки 0, а від'ємні – ліворуч. Два числа, які відрізняються одне від одного лише знаком, називаються протилежними. Наприклад: 2 і -2.

Натуральні числа, протилежні їм числа і число 0 називаються *цілими числами.*

Числа, які можна подати у вигляді $r = \frac{m}{n}$, де n і m – будь-які цілі числа, причому $n \neq 0$, називають *раціональними.* Цілі числа і дроби є раціональними числами. Дробові числа виникають у зв'язку з необхідністю виразити числом результат вимірювання різних величин (довжин, площ, кутових величин, часу та ін.). часто також доводиться знаходити частину чисел або кілька рівних частин предмета (яблука, відрізка, прямокутника тощо). Дробові числа можна записувати у вигляді десяткових або звичайних дробів. Будь-яке раціональне число можна подати у вигляді скінченого або нескінченного періодичного *десяткового дробу*.

Для вимірювання використовують не тільки раціональні числа, але і числа іншої породи, тобто ті, які не є ні цілими, ні дробовими. Всі такі числа називаються *ірраціональними.* Аналогічно не існує раціонального числа, квадрат якого дорівнює 5, 7, 10. Відповідні ірраціональні числа позначаються $\sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{10}$. Протилежні їм числа також ірраціональні, вони позначаються $-\sqrt{5}, -\sqrt{7}, -\sqrt{10}$.

Наприклад, число π, яке виражає відношення довжини кола до його діаметру, неможна представити у вигляді звичайного дробу – це ірраціональне число. Ірраціональними числами є і значення тригонометричних функцій багатьох кутів.

Поняття числа в історії розвитку математики поступово розширювалося і розвивалося. Спочатку були введені натуральні числа і нуль для лічби, потім дробові числа для вимірювання величин і ділення натуральних чисел. Пізніше у зв'язку з потребами практики і розв'язування рівнянь було введено від'ємні числа (дробові і цілі), які разом із цілими і дробовими додатними числами і числом 0 утворили множину раціональних чисел.

У множині раціональних чисел виконуються всі чотири арифметичні дії – додавання, віднімання, множення і ділення, крім ділення на нуль.

Раціональні і ірраціональні числа утворюють множину *дійсних чисел*. Кожному дійсному числу відповідає єдина точка координатної прямої. Множину дійсних чисел називають також числовою прямою. Геометричною моделлю числової прямої служить координатна пряма.

Для позначення числових множин прийнято такі символи

N – множина натуральних чисел.

Z – множина цілих чисел.

Q – множина раціональних чисел.

R – множина дійсних чисел.

IV. Закріплення вивченого матеріалу.

Приклад 3. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, тоді $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Приклад 5.

1. $A = \{5, 6, 8, 12\}$, $B = \{5, 6\}$, тобто $B \subset A$. Тоді $C = A \setminus B = \{8, 12\}$.

2. $A = \{5, 6, 8, 12\}$, $B = \{8, 12, 1, 2\}$, тоді $C = A \setminus B = \{5, 6\}$.

3. $A = \{5, 6, 12\}$, $B = \{1, 2\}$, тоді $C = A \setminus B = \{5, 6, 12\}$.

4. $A = \{5, 6\}$, $B = \{5, 6, 12\}$, тобто $B \supset A$, тоді $C = A \setminus B = \varnothing$.

Приклад 3.1. Задано множини: $A = \{1; 3; 5; 6; 9\}$, $B = \{2, 4, 5, 6, 9\}$. Знайти об'єднання, переріз і різницю множин A і B.

Розв'язок. Об'єднанням двох заданих множин є $A \bigcup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$, їх перерізом є $A \bigcap B = \{5, 6, 9\}$, а різниця $A \backslash B = \{1, 3\}$.

Приклад 3.3. Екзамен з математики складали 250 абітурієнтів. Оцінку нижче «5» отримали 180 чоловік, а склали цей екзамен 210 абітурієнтів. Скільки чоловік одержали оцінки «3» і «4»?

Розв'язок. Нехай A — множина абітурієнтів, які склали екзамен, B — множина абітурієнтів, які одержали оцінки нижче «5». Для скінченої множини A через $m(A)$ позначимо число її елементів. Тоді за умовою задачі: $m(A) = 250$, $m(B) = 180$, $m(A \bigcup B) = 250$.

Абітурієнти, які одержали оцінку «3» і «4», утворюють множину $A \bigcap B$. Знаходимо

$$m(A \bigcap B) = m(A) + m(B) - m(A \bigcup B) = 210 + 180 - 250 = 140.$$

V. Підведення підсумків.

VI. Домашнє завдання.

5.29.° Знайдіть об'єднання множин A і B, якщо:

1) A — множина рівнобедрених трикутників, B — множина рівносторонніх трикутників;
2) A — множина простих чисел, B — множина складених чисел;
3) A — множина простих чисел, B — множина непарних чисел.

5.30.° Знайдіть об'єднання множин A і B:

1) $A = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$, $B = \{x \mid (x - 1)(x - 2) = 0\}$;
2) $A = \{x \mid 2x + 3 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 3 = 2\}$;
3) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 7\}$.